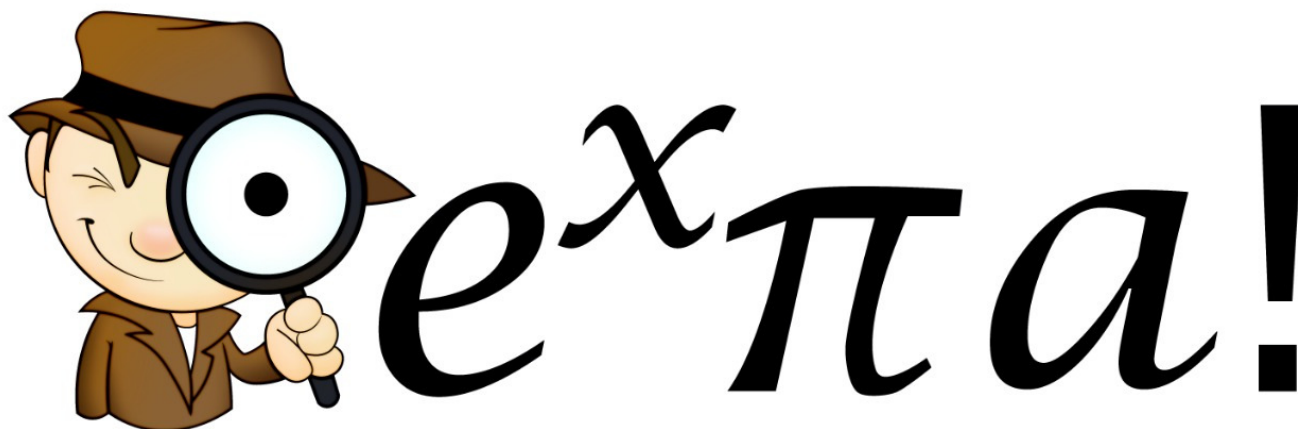




EDITORIAL

PARA fazer um jornal é preciso ler e escrever. O que não são tarefas fáceis, pois exigem tempo e dedicação. Mais do que isso, em um jornal é preciso determinar as pautas das reuniões, os temas para investigação, os livros para leitura, fazer os resumos e as análises, escrever as opiniões, diagramar o texto, distribuir o jornal ... enfim, tudo isso dá trabalho. Mas, sempre navegando contra a maré, o Jornal *exp!a!* segue ... E segue apresentando, pela primeira vez, uma edição totalmente *on-line*. Uma edição que marca seu lugar definitivo e atuante como um projeto de extensão universitária do departamento de Matemática da UFMT/Cuiabá.

Originalmente, o Jornal *exp!a!* é uma publicação feita por e para a comunidade acadêmica do curso de Matemática-Licenciatura. E, nesta sua primeira edição virtual, traz um conjunto de textos – ainda mais acessíveis – às pessoas de fora da universidade. Neste sentido, como abertura desta edição, o texto do professor Vinicius dos Santos recupera a história do Jornal *exp!a!* desde sua fundação. O segundo texto, das estudantes Ana Carolina de Amorim, Mylena Pintor, Tatielly Silva e Vanessa da Silva, traz um relato da roda de conversa “Educação após Auschwitz ou Auschwitz após a educação?”, realizada pelo jornal em agosto de 2024. O terceiro texto, do estudante Alyson Mendes, faz uma apresentação de “Os Elementos” de Euclides, resultado de sua iniciação científica. O quarto texto, da estudante Ana Carolina de Amorim, apresenta um estudo sobre os números reais, também resultado de sua iniciação científica. Nas **Notas de leitura do Exp!a!**, temos ainda os textos de João Pedro Dias, Gustavo Pereira e Vanessa da Silva acerca de um conjunto de livros que leram e recomendam. No final, há a já tradicional **Hora da Aventura**. Boa leitura a todos!

A Equipe ■

Um resumo da história do Jornal $e^x\pi a!$ (2016-2024)

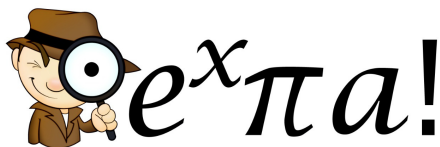
Vinicius Machado Pereira dos Santos

Professor do departamento de Matemática (UFMT/Cuiabá)

E-mail: vinicius.santos@ufmt.br

No final do ano de 2015, o Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática da UFMT/Cuiabá, debatia uma reformulação exigida para alinhar o Projeto Pedagógico do Curso (PPC) às novas diretrizes de formação de professores. No decorrer de suas reuniões, surgiu a necessidade de estabelecer um canal de comunicação entre o colegiado e a comunidade do curso. A ideia, portanto, era criar um meio capaz de divulgar notícias, eventos, artigos e curiosidades sobre a Matemática e seu ensino; algo inicialmente restrito ao âmbito do curso de Licenciatura em Matemática. Vale lembrar que, até aquele momento, as redes sociais estavam “engatinhando”, assim como a própria internet em nossa universidade.

Como membro do Colegiado do Curso, conversei com o representante discente no colegiado, Pedro H. dos Santos, sobre a possibilidade de criar um jornal para cumprir essa função de canal de comunicação. Ao topar o desafio, Pedro ficou com a tarefa de contactar outros discentes para formar o primeiro grupo de “editores” do jornal. O grupo formado pelos discentes Douglas V. A. Rodrigues, Kimberly R. N. de Carvalho, Leonardo Passos, Nayane S. de Almeida e Pedro H. dos Santos e por mim, reunidos no início de 2016, produziu o número zero do jornal. Este número levava o nome de *Times Math*. Após a primeira divulgação, houve críticas ao seu nome, considerado anglófilo demais. Dessa forma, a expressão popular cuiabana “expia aí!”, que estilizada em caracteres matemáticos ficou apenas $e^x\pi a!$, tornou-se o nome oficial do jornal. Junto foi criado seu logotipo pelo discente Leonardo: um detetive com uma lupa expiando o mundo.



Logotipo do Jornal $e^x\pi a!$

O jornal, por muito tempo, consistiu apenas de um folheto simples, impresso em folha A4, frente e verso, dividido em colunas. O conteúdo era composto por um pequeno editorial, uma chamada para as “Atividades Complementares”, que estavam sendo introduzidas no curso, e um espaço chamado “Recado da Coordenação”, trazendo informações do coordenador sobre os encaminhamentos feitos no Colegiado do

Curso. No verso da folha, havia um pequeno artigo de um dos alunos participante do jornal e ainda trazia, na coluna “Hora da Aventura”, dois quebra-cabeças matemáticos. Durante a pandemia de Covid-19, fizemos algumas adaptações ao jornal de modo a mudar sua forma de editoração. Deixamos de utilizar o software *Scribus* e passamos ao uso do programa $\text{\LaTeX}$. Com isso, ampliamos a divulgação do Jornal $e^x\pi a!$ tanto em novo formato (em arquivo .pdf) quanto em novos meios eletrônicos (como o *WhatsApp*).

Diante de um (outro) novo PPC de Matemática-Licenciatura que, a partir do semestre 2023/2, passou a exigir dos estudantes sua atuação em atividades de extensão, o Jornal $e^x\pi a!$ entrou em reformulação. Para cumprir as exigências e divulgá-lo fora da universidade, passamos a considerar a produção de uma nova versão impressa e também de uma nova versão *on-line*. (Até então, as versões virtuais do jornal eram, na verdade, apenas as cópias digitalizadas de sua versão impressa e encontravam-se no repositório <https://issuu.com/jornalexpia>.)

Começamos assim a elaboração de uma versão impressa do jornal para poder divulgá-lo nas escolas públicas do Estado de Mato Grosso. A construção de um jornal, em formato adequado aos estudantes dos ensinos fundamental e médio, tem sido um desafio para todos nós e, atualmente, encontra-se em fase de implementação. Esperamos que, no ano de 2025, tenhamos a primeira versão do Jornal $e^x\pi a!$ para as escolas.

No ano de 2024, demos início também à construção do *site* do jornal, que pode ser acessado a partir da página do Departamento de Matemática da UFMT/Cuiabá ou, diretamente, pelo seguinte endereço eletrônico: <https://expia.ufmt.br/>. Nele podemos encontrar todas as versões digitalizadas do jornal produzidas até o momento. Pretendemos, contudo, com o *site*, incluir um formato mais extenso e elaborado para os textos do jornal daqui para frente. Algo que, com este artigo, inaugura esta nova etapa do seu processo de reformulação.

Penso que, em todos estes anos de produção, o Jornal $e^x\pi a!$ tem cumprido com seu papel de comunicação e de divulgação do conhecimento matemático, promovendo um espaço privilegiado para o exercício da leitura, da escrita e da reflexão crítica. E assim espero que continue por um bom tempo! ■

Educação: cumplicidade ou resistência?

Ana Carolina Schmitt de Amorim, Mylena Branzani Pintor, Tatielly Emanuelli da Silva e Vanessa Cristina da Silva
Estudantes do curso de Matemática-Licenciatura (UFMT/Cuiabá)
Email: expia.ufmt@gmail.com

No dia 29/08/2024, no auditório Mofão, foi realizada uma roda de conversa promovida pelo Jornal e^xπa!, tendo como convidado o professor Dorival Gonçalves Júnior, do Departamento de Engenharia Elétrica. Inicialmente, a estudante Ana Carolina Schmitt fez uma breve apresentação dos objetivos do Jornal e^xπa! e, em continuidade, o professor Vinícius M. P. dos Santos, fundador e coordenador do jornal, contou sobre a história de seu surgimento. Após isso, o professor Djeison Benetti fez considerações gerais acerca do texto “Educação após Auschwitz”, do filósofo alemão Theodor W. Adorno. Em seguida, o professor Dorival fez uma apresentação relacionando este texto com a realidade atual. O texto a seguir constitui uma síntese, do ponto de vista das autoras, sobre as principais questões levantadas neste encontro.



Fonte: Tatielly Silva para o Jornal e^xπa!, 2024.

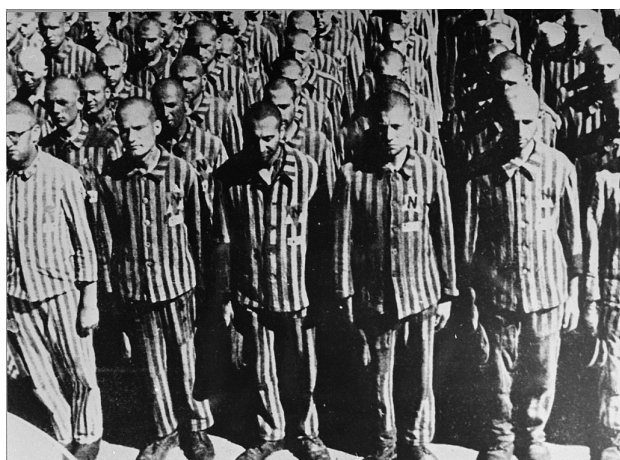
Adorno faz uma importante reflexão a respeito do papel da educação frente à meta: *que Auschwitz não se repita*. Por um lado, o título do evento, “Educação após Auschwitz ou Auschwitz após a educação?”, instiga uma reflexão sobre o papel da educação, hoje, em impedir atrocidades como o Holocausto e, por outro lado, sobre a possibilidade da educação reforçar certas ideias perigosas e comportamentos destrutivos. Em linhas gerais, sabemos que à educação é atribuída um papel formativo em cada momento histórico. Ou seja, a ela é atribuída a formação dos indivíduos para o trabalho que, por sua vez, está de acordo com certas tendências dominantes em cada sociedade.



Fonte: Jornal e^xπa!, 2024.

Para contextualizar essa discussão é importante questionar: o que foi Auschwitz? Foi um complexo de campos de concentração, situado na Polônia, criado pelo nazismo na Segunda Guerra Mundial. O regime nazista reunia nos campos de concentração todos aqueles que consideravam seus opositores (judeus, homossexuais, ciganos, comunistas, etc). O que acontecia em Auschwitz? Neste conjunto de campos, essas pessoas eram submetidas a condições de extrema crueldade e de trabalho forçado, em um processo de violência sistematizada. O local de alojamento reservado a elas era inabitável, uma vez que dormiam amontoadas, não havendo higiene básica, muito menos uma alimentação adequada. Destituídas de sua humanidade, com as cabeças raspadas e marcadas por números, muitas sucumbiam à exaustão e, quando sem serventia, eram simplesmente exterminadas. Uma das formas de extermínio mais utilizadas eram as câmaras de gás; elas funcionavam quase como uma linha de produção em larga escala. O objetivo, contudo, não era a produção de uma merca-

doria, mas sim uma maior quantidade de mortes em menos tempo. Vale ressaltar que esses assassinatos foram minuciosamente planejados por profissionais altamente qualificados (engenheiros, químicos, físicos, matemáticos, etc). Se intelectuais, em geral, compactuaram com o genocídio, qual seria a função da educação em uma sociedade se ela não é capaz de impedir tais ações? Além disso, fica outro questionamento: a barbárie ainda está presente em nosso cotidiano? Se sim, ela ainda guarda resquícios dessa mesma crueldade?



Fonte: Getty Images, 2004

O massacre do povo palestino perpetrado pelos israelenses no Oriente Médio constitui um exemplo emblemático da persistência de conflitos armados no mundo contemporâneo. A brutalidade na região tem criado um cenário cada vez mais preocupante. O assassinato em massa do povo palestino também pode ser caracterizado como um genocídio. Mas este não é um acontecimento que está muito longe de nossa realidade, podemos observar a persistência da violência no contexto histórico brasileiro; tem sido, por exemplo, um fenômeno contínuo, desde o período colonial, a perseguição e até mesmo a dizimação das populações indígenas.

A violência também se apresenta de forma velada no cenário educacional: a questão da infraestrutura das instituições de ensino (superlotação nas salas de aula, ausência de ar-condicionados, banheiros com problemas e a falta de acesso a tecnologias), os métodos de avaliação limitados (provas somente de múltipla escolha e uma abordagem excessivamente conteudista, sem promover a reflexão da realidade, ou seja, algo meramente quantitativo), o controle cada vez mais intenso e restritivo sobre o trabalho docente, entre outros.

Nesse sentido, na composição atual da BNCC (Base Nacional Comum Curricular) há uma preferência por disciplinas como Matemática e Português, con-

sideradas como mais neutras e objetivas, em detrimento das Ciências Humanas (sociologia, filosofia, história, geopolítica, etc.), frequentemente associadas a debates que geram uma reflexão sobre a realidade. Afinal, quais são os interesses políticos por trás da estrutura da BNCC e por que ela é tão pouco questionada no cenário educacional?

Nestas condições, o próprio ato de dar aula já parece se configurar como uma barbárie. Emilio Genari, em seu artigo "Quando ensinar é adoecer", resalta: "Responder aos percalços da realidade e ler serenamente o sofrimento produzido na relação [...] docente são desafios que o professor não consegue enfrentar sozinho por muito tempo. A falta de um coletivo que coopere e busque respostas enquanto coletivo de trabalho abre as portas à impossibilidade de dar sentido ao cotidiano e enfrentar serenamente os atritos pessoais, alimenta o isolamento e a apatia, fortalece a sensação de solidão e desamparo. Resumindo, cria as condições propícias ao adoecimento psíquico".



Fonte: Site Dol, 2017

Que tipo de educação se estabelece em um contexto marcado pela ausência de uma percepção da realidade e pela falta de alternativas coletivas? O sistema educacional, condicionado por fatores políticos e sociais, frequentemente omite esses fatores, bem como a própria história. A educação, ao evitar a discussão de temas complexos e dolorosos, contribui para a manutenção de uma sociedade que não consegue lidar com seu passado e que reduz a violência a uma mera estatística, negligenciando as raízes sociais e as implicações éticas desses atos. Assim entendida, ela se torna análoga a um "campo de concentração" ao moldar e controlar indivíduos, submetendo-os a processos de padronização, mecanização e alienação.

O ensino da Matemática atual, por sua vez, também impede uma análise dos fundamentos da própria Matemática, resultando em uma abordagem superficial dos conteúdos, na qual os alunos são estimulados a realizar apenas cálculos e ainda fazer de

forma mecânica, ou seja, sem que haja uma compreensão profunda dos conceitos matemáticos envolvidos. Que tipo de educação é essa que não reflete o que vivemos? É importante destacar que quando dizemos “não reflete o que vivemos”, não contestamos a falta de conteúdos utilitaristas, mas sim a ausência de discussões e conteúdos que retratam a sua vinculação com a realidade. Identificamos no ensino da Matemática uma tendência à superficialidade. Essa tendência é, em nossa análise, resultado de uma escolha ideológica das instituições de ensino, que optam por um modelo pedagógico que desestimula a reflexão da própria Matemática.

A educação encontra-se em uma encruzilhada. Com frequência, o sistema educacional, desde os responsáveis pelos conteúdos que são estudados em todo o país até os professores de cada instituição, omitem discussões cruciais. É fundamental ressaltar que toda escolha individual obscurece o fato de que pensamentos e comportamentos são, em grande medida, produtos desse sistema social que molda as percepções e ações das pessoas, na maioria das vezes de maneira inconsciente. Deve-se reconhecer, portanto, a impossibilidade de neutralidade ideológica, pois toda decisão já se configura como uma escolha ideológica, isto é, podem refletir posições e interesses que em sua maioria são antagônicos aos interesses coletivos.

Sob estas condições, este tipo de educação contribui para a formação de indivíduos passivos, inibindo a capacidade de questionar e agir, perpetuando a dissociação entre os conteúdos ensinados e seu contexto histórico e social. A omissão de discussões fundamentais e da própria história, impedem que se perceba como a matemática, em diversas ocasiões, é utilizada como ferramenta para perpetrar atos violentos: por que não se discute o uso constante da Matemática na construção de armas, bombas, tanques, etc., bem como no planejamento de assassinatos em massa?

A crescente idealização da educação como solução universal para todos os problemas sociais é muito limitada. No contexto atual, especialmente em países emergentes ou com grandes disparidades socioeconômicas, como no Brasil, a educação é frequentemente vista como a chave para o sucesso individual e, também, para uma mudança da sociedade. Discursos políticos e até campanhas midiáticas reforçam essa visão idealista. Se a educação não proporciona um espaço para a reflexão sobre a realidade, como ela pode, ao mesmo tempo, ser agente de mudança? Como lidar com esta incoerência? As discussões realizadas durante a roda de conversa evidenciam a necessidade de intensificar estas questões a fim de promover uma educação que supere esse estado de coisas. ■

Um estudo de “Os Elementos” de Euclides

Alyson Rodrigo de Olinda Mendes

Estudante do curso de Matemática-Licenciatura (UFMT/Cuiabá)

E-mail: alyson.mendes@sou.ufmt.br

A obra *Os Elementos* de Euclides (editora Unesp, 2009) é uma das principais obras da humanidade e proporcionou diversos avanços tanto na matemática, quanto em outras áreas. Devido ao avanço da algebrização característica da Matemática Moderna, o estudo da geometria no Brasil e no mundo, da maneira empregada por Euclides, tem perdido espaço e relevância no ensino superior e também nas pesquisas acadêmicas.

Nesse sentido, o projeto de iniciação científica, intitulado *Um estudo de “Os Elementos” de Euclides*, teve como objetivo o resgate dos ensinamentos apresentados por Euclides. Por meio desse estudo, buscou-se compreender os conceitos apresentados, a estrutura lógica de suas demonstrações e os aspectos históricos e filosóficos que permeiam a obra.



Capa do livro

A metodologia empregada ao longo da pesquisa consistiu em encontros semanais dedicados à leitura e discussão das proposições presentes nos quatro primeiros livros de *Os Elementos*. Durante esses encontros, analisaram-se não apenas os enunciados e demonstrações, mas também as diferenças entre a linguagem clássica da obra original e a abordagem da geometria moderna. Para este fim, foram utilizadas obras complementares, como a tradução inglesa de *Os Elementos*, feita por Thomas Heath, e o livro *Geometria Euclidiana Plana*, de João Lucas Marques Barbosa (editora SBM, 2012).

Essas referências possibilitaram o contraste entre a linguagem e o método axiomático de Euclides com as formulações contemporâneas, além de contribuírem para a análise de conceitos complexos, como o quinto postulado e suas implicações. Ferramentas como o software GeoGebra também foram utilizadas para auxiliar na construção e visualização das figuras.

Os Elementos é composto por 13 livros, em forma de capítulos, e foi traduzida para o português diretamente do grego pelo professor Irineu Bicudo. Bicudo aproveitou o prefácio e a introdução de sua edição para expor a história em torno de *Os Elementos* e também o modo como realizou sua tradução. O autor salienta que, ao contrário de outros autores, buscou preservar, ao máximo, a forma dos manuscritos mais antigos. Parafraseando Bicudo, “quem diz cópia, diz erro”, por isso sua grande preocupação em conservar a escrita “original”, evitando possíveis mudanças nas interpretações dos postulados, definições e proposições.

A exposição de *Os Elementos* assume uma estrutura e uma ordem lógicas, sendo necessário o conhecimento das definições, axiomas e postulados para o pleno entendimento das proposições que seguem. Bicudo, em seu artigo denominado *Platão e a Matemática*, destaca que os gregos herdaram o conhecimento matemático dos povos antigos do Egito e da Babilônia, sendo que estes povos tinham a experiência prática como critério de verdade. Entretanto, o autor afirma que, para os matemáticos gregos, a experiência cotidiana não bastava para a validação de algo, sendo necessário o emprego da razão como critério de verdade e fazendo com que a matemática se tornasse uma ciência dedutiva.

O autor, a partir das ideias de Szabó, expõe que o motivo pelo qual os gregos precisavam recorrer a lógica para construir a sua matemática é a influência da filosofia eleática da época, principalmente a influência da dialética de Zenão, uma técnica retórica. Nesse sentido, a dialética grega se baseia na procura do fundamento incondicional e perfeitamente seguro para um debate. Devido ao fato dos princípios matemáticos utilizados por Euclides em *Os Elementos* (definições, postulados e noções comuns) possuírem o caráter de ser admitidos sem demonstração (fundamentos

incondicionais), sendo alicerce para as demonstrações das proposições, Szabó complementa que esta estrutura evidencia a influência da dialética eleática na matemática grega.

A estrutura utilizada por Euclides facilita, de certo modo, a compreensão dos passos realizados nas demonstrações devido a dupla enunciação das proposições, primeiro em formato de frase e depois utilizando as notações e a linguagem matemática. Em contrapartida, a demasiada preocupação em expor, grande parte das vezes, todos os passos utilizados na demonstração faz com que o texto se torne repetitivo durante algumas provas. Um exemplo disso pode ser visto na seguinte proposição do Livro II:

Caso uma linha reta seja cortada em duas, e seja adicionada a ela alguma reta sobre uma reta, os quadrados ambos juntos, o sobre a toda com a adicionada e o sobre a adicionada, são o dobro tanto do sobre a metade quanto do quadrado descrito sobre a composta tanto da metade quanto da adicionada, como sobre uma única.

No início da demonstração desta proposição, Euclides reescreve o seu enunciado da seguinte maneira: Fique, pois, cortada alguma reta, a AB , em duas no C , e fique adicionada a ela alguma reta, a BD , sobre uma reta; digo que os quadrados sobre as AD , DB são o dobro dos quadrados sobre as AC , CD . Mesmo que, em comparação com os dias atuais, ainda seja uma maneira bem diferente de se apresentar uma proposição, as hipóteses e o resultado desejado da proposição ficam mais claras se comparado ao modo de enunciação inicial. Além disso, as figuras presentes na maioria das proposições auxiliam a compreender o enunciado e a demonstração.

Bicudo ainda comenta a tentativa dos antigos matemáticos em demonstrar o 5º postulado de Euclides a partir dos demais postulados. Segundo ele, isso ocorre devido a sua aparente discrepância em relação aos outros, uma vez que estes são curtos e de fácil assimilação; já o 5º postulado não é tão imediato:

E, caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos interiores e do mesmo lado menores do que dois retos, sendo prolongadas as duas retas, ilimitadamente, encontrarem-se no lado no qual estão os menores do que dois retos.

Ao passar dos séculos, os matemáticos conseguiram identificar que, de fato, a afirmação acima não pode ser demonstrada a partir dos demais postulados, fazendo com que ela deva ser também um postulado. Além disso, sua forma de enunciação foi se

modificando ao longo do tempo. Barbosa (2006), por exemplo, utiliza em seu livro a seguinte versão deste axioma:

Por um ponto fora de uma reta m pode-se traçar uma única reta paralela à reta m .

Durante a realização da iniciação científica, devido a complexidade da linguagem e o formato das demonstrações, foi necessário um ritmo mais lento de leitura e análise da obra. Com isso, foram estudados apenas os quatro primeiros livros da obra; o que também permitiu uma compreensão mais detalhada dos conceitos apresentados. De qualquer modo, os resultados alcançados evidenciam a profundidade lógica e a riqueza estrutural de *Os Elementos*.

Neste sentido, o Livro I da obra aborda proposições fundamentais sobre triângulos e paralelismo, culminando no Teorema de Pitágoras. No Livro II, é exposto as relações entre as áreas de paralelogramos e o conceito de gnômon, tendo como destaque o aparecimento da proporção áurea de forma indireta. Já no Livro III, é explorado as propriedades dos círculos, bem como o cálculo de centros e tangentes. Por fim, o Livro IV aborda questões mais visuais relacionadas à inscrição e circunscrição de figuras geométricas. O estudo revelou ainda a singularidade do quinto postulado, mostrando sua autonomia em relação aos demais axiomas e sua importância histórica na formulação de novas geometrias.

A relevância desse trabalho está não apenas na análise da obra de Euclides, mas também na valorização do processo de iniciação científica. Projetos como este oferecem aos alunos a oportunidade de desenvolver habilidades essenciais para a vida acadêmica, como leitura crítica, análise histórica e escrita científica. Além disso, promovem o pensamento autônomo e estimulam a busca por conhecimento aprofundado, aspectos fundamentais para a formação de professores e pesquisadores.

Este estudo foi necessário para compreender as origens e a evolução da geometria, reforçando sua importância na formação de educadores e na construção de uma base sólida para o ensino da matemática. Conclui-se, portanto, que o trabalho realizado durante esta iniciação científica cumpriu seu papel ao destacar a relevância histórica de *Os Elementos* e ao evidenciar a importância de projetos dessa natureza na formação acadêmica. A pesquisa contribuiu para ampliar os horizontes do conhecimento matemático e para conectar a matemática clássica às práticas contemporâneas, mostrando como o passado e o presente estão interligados na construção do saber. ■

Um estudo sobre a continuidade e os números irracionais

Ana Carolina Schmitt de Amorim

Estudante do curso de Matemática-Licenciatura (UFMT/Cuiabá)

Email: ana.amorim2@sou.ufmt.br

O texto em questão é um relato da minha experiência na Iniciação Científica, realizada na Universidade Federal de Mato Grosso na modalidade voluntariado (VIC) no ciclo de 2023-2024, sob orientação do Prof. Djeison Benetti. Este trabalho teve como objetivo o estudo aprofundado do texto fundacional de Richard Dedekind, *Continuidade e Números Irracionais*, e de outros textos relacionados, considerando que o curso de Matemática-Licenciatura não atribui ênfase significativa às obras clássicas.

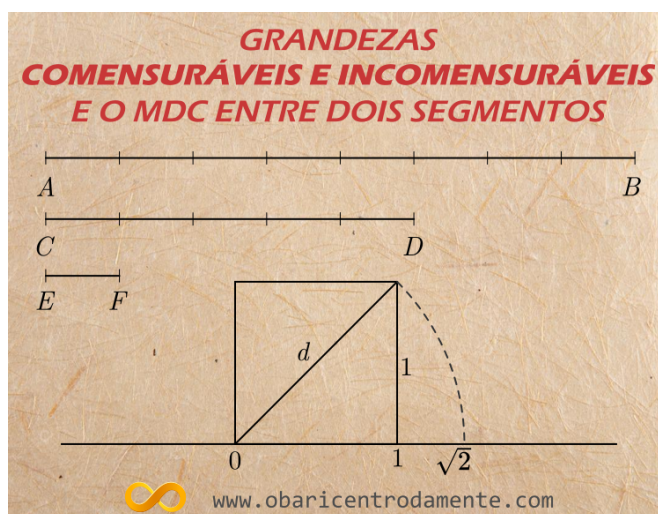
O estudo detalhado desta temática é crucial para a fundamentação da matemática pura, uma vez que a recuperação de tais textos históricos proporciona uma compreensão mais profunda da construção do conhecimento matemático. Essas obras dão sentido ao saber matemático hoje, seja pela retomada das discussões históricas e filosóficas, seja pelo fato da construção dos números reais ser um marco para o desenvolvimento da Matemática e das ciências em geral.

A pesquisa, de natureza qualitativa, fundamentou-se em uma revisão bibliográfica aprofundada. Ao longo do período de vigência, foram realizados encontros semanais com o orientador para discussões e aprofundamento da temática. As discussões com o professor orientador possibilitaram o refinamento das questões centrais. Esses diálogos também ajudaram a identificar lacunas na minha compreensão a respeito de alguns conceitos importantes, o que nos guiou a buscar fontes adicionais e a revisão de traduções específicas da obra de Dedekind.

Na seleção das fontes bibliográficas, priorizamos aquelas que contribuíram significativamente para a compreensão histórica da construção dos números reais, com destaque para a descoberta da incomensurabilidade, a criação dos conjuntos dos números irracionais e a compreensão da essência da continuidade. Neste sentido, as discussões foram inicialmente estruturadas em torno da obra *Conceitos Fundamentais da Matemática* de Bento de Jesus Caraça. Já a tradução da obra de Dedekind, feita por Augusto J. F. de Oliveira no livro *Dedekind e os números: antologia de textos fundacionais de Richard Dedekind*, foi central para as discussões acerca da formalização dos números reais e da continuidade.

Os resultados da pesquisa evidenciam o problema

da medida, que consiste em determinar se é possível encontrar uma unidade comum, a parte alíquota, a fim de comparar diferentes segmentos de reta. Quando essa unidade não existe, esses segmentos são denominados incomensuráveis, cuja medida não pode ser expressa como razão de números inteiros. Essa limitação evidenciou a necessidade de expandir o conceito de número para além dos racionais.



Fonte: obaricentrodamente.com, 2023.

Neste contexto, ao se comparar os números racionais com a reta geométrica, verifica-se a existência de “lacunas”, em que os racionais são insuficientes para “preencher” toda a reta. No século XIX, com a questão da grande indústria (evolução da química, física, biologia, etc.) houve a necessidade de medir grandezas cada vez menores: o movimento de navios e trens, a variação de comprimento de uma barra metálica com a temperatura, o crescimento de uma planta, as necessidades de medir grandezas microscópicas, etc. A questão principal, portanto, se resume em formalizar matematicamente a noção de uma variação que se faz por grandezas insensíveis. Isso se apresenta à Matemática sob a forma do **problema da continuidade** e está indissociavelmente ligado à construção dos números reais.

Teorema: *cada grandeza que cresce continuamente, mas não para além de todos os limites, deve certamente aproximar de um valor limite.*

Desde Newton e Leibniz, muitos resultados de cálculo foram considerados verdadeiros, mas sem uma prova rigorosa; eles eram vistos apenas de forma intuitiva, como o teorema acima. Este teorema dá uma condição suficiente para que uma sequência convirja. Foi tentando demonstrá-lo que Dedekind percebeu a necessidade de uma conceituação rigorosa de número real; mais precisamente, de uma resolução do problema da continuidade.

Dedekind propôs que cada número real poderia ser definido como um “corte” no conjunto dos números racionais. Um corte separa os números racionais em duas classes distintas e disjuntas, de modo que todos os números de uma classe são menores que os da outra. Essa ideia é central para fornecer uma definição precisa de número real e resolver o problema da continuidade. Um exemplo de corte nos números racionais ocorre quando a separação entre duas classes não corresponde a nenhum número racional específico. Esse elemento “faltante” é definido como um número irracional. Assim, os números irracionais são descritos como elementos de separação de um corte qualquer que “preenchem” todas as possíveis “lacunas” deixadas pelos racionais na reta numérica.

Definição: *chama-se número real ao elemento de separação das duas classes de um corte qualquer no conjunto dos números racionais: se existe um número racional separando duas classes, o número real coincide com esse número racional; se não existe tal número, o número real diz-se irracional.*

Portanto, conclui-se que o problema da continuidade, presente em fenômenos como o movimento, é fundamental na matemática e nas ciências. Sua resolução exige um aprimoramento daquilo que foi inicialmente desenvolvido pelo Cálculo, resultando nos modernos conceitos de limites, continuidade, sequências e séries. A contribuição de Dedekind foi assim decisiva, pois permitiu uma definição precisa dos números reais e estabeleceu uma base sólida para a Análise Matemática. O teorema que Dedekind enunciou e provou pela primeira vez de maneira rigorosa é enunciado, atualmente, da seguinte maneira: *Toda sequência monótona limitada é convergente.* A noção de corte aparece implicitamente no **Axioma Fundamental da Análise Matemática**; axioma utilizado na demonstração deste teorema. ■

NOTAS DE LEITURA DO EXP!A!

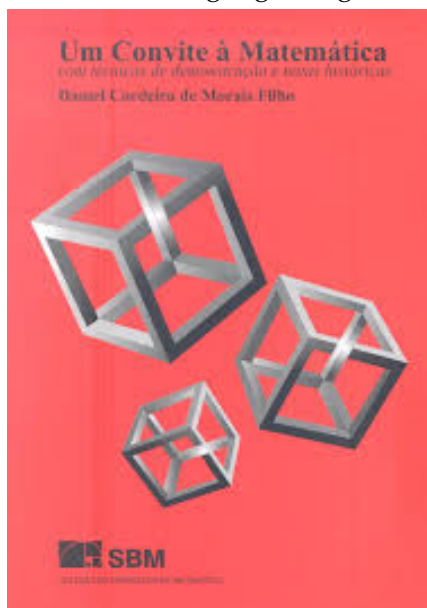
Sobre o livro “Um Convite à Matemática”

João Pedro Evangelista Dias

Estudante do curso de Matemática-Licenciatura (UFMT/Cuiabá)

E-mail: joao.dias4@sou.ufmt.br

A apresentação do livro “Um Convite à Matemática” (editora SBM, 2016) de Daniel Cordeiro de Moraes Filho, oferece uma visão inicial clara sobre seu propósito: introduzir o leitor ao mundo da matemática formal, com foco na lógica bivalente e em sua estruturação através de demonstrações. No entanto, uma análise mais profunda revela que o livro não apenas ensina matemática, mas também apresenta uma forma de enxergar o pensamento matemático como uma linguagem rigorosa.



Capa do livro

O livro começa com a proposta de desenvolver no leitor uma atenção ao rigor matemático, característica essencial para quem busca compreender a matemática em profundidade. A partir disso, Moraes Filho divide a obra em três partes, cada uma com um foco distinto e complementar. A primeira parte, que aborda a lógica bivalente, é um ponto fundamental, uma vez que a lógica subjaz à construção de todo o edifício matemático moderno. Ela ensina o leitor a pensar de forma precisa e estruturada, utilizando verdades absolutas (ou “binárias”), em que algo é ou verdadeiro, ou falso.

A simplicidade dessa dualidade pode parecer óbvia, mas sua aplicação é essencial para a construção de teoremas e para a argumentação matemática.

No entanto, o autor não questiona a natureza da lógica bivalente, tratando-a como uma escolha natural e universal para o desenvolvimento matemático. Embora isso seja coerente dentro da tradição ocidental e da matemática clássica, há outras abordagens que poderiam enriquecer a reflexão sobre por que se adota essa estrutura. Ao não abordar esses aspectos alternativos, o livro acaba sugerindo implicitamente que a lógica bivalente é a única ou a melhor forma de se fazer matemática, o que pode limitar a perspectiva do leitor sobre a diversidade de abordagens matemáticas.

A visão da matemática como linguagem universal, apresentada pelo autor, é um dos pontos mais marcantes do livro. Moraes Filho ressalta a importância da linguagem simbólica na comunicação entre matemáticos, enfatizando como essa forma de expressão se torna uma ferramenta poderosa para “evitar ambiguidades” e “aumentar a eficiência” das demonstrações. De fato, a matemática, quando escrita de maneira simbólica, pode ser considerada quase uma língua em que equações e símbolos são compreendidos em qualquer parte do mundo, independentemente da língua materna do matemático.

Contudo, essa insistência na “eficiência” e “precisão” da linguagem simbólica deixa de lado uma discussão mais filosófica sobre o papel da linguagem (como português ou inglês) no desenvolvimento do pensamento matemático. Será que a matemática poderia ter sido diferente se a linguagem simbólica tivesse tomado outros rumos? Até que ponto a matemática depende da linguagem para expressar seu rigor? De onde provém a necessidade de “eficiência” e “precisão” da matemática? Essas são perguntas que poderiam trazer uma dimensão mais profunda à obra e oferecer uma visão mais completa da filosofia da matemática – se é que isso é possível. Ao focar exclusiva-

mente na lógica bivalente e na precisão da linguagem, o livro deixa de explorar a complexidade do desenvolvimento histórico da matemática e suas determinações sociais.

Na parte final, que trata das técnicas de demonstração, o autor cumpre seu objetivo de ensinar ao leitor os mecanismos básicos que sustentam a matemática formal moderna. Mas deixa de fora a discussão sobre por que essas técnicas são vistas como superiores ou mais adequadas. As demonstrações formais e o rigor lógico são pilares indiscutíveis da matemática moderna, mas isso não significa que não haja espaço para debater suas limitações ou alternativas. Por exemplo, métodos menos formais, aproximativos, como os usados em matemática aplicada ou em áreas como a estatística e a física, possuem relevância, mesmo sem o rigor formalizado por axiomas e teoremas. A ausência dessa discussão pode levar o leitor a uma visão unidimensional da matemática, em que o rigor lógico é a única maneira válida de se fazer matemática. Porém, em um mundo onde as aplicações práticas da matemática muitas vezes envolvem incer-

tezas e aproximações, seria interessante uma reflexão mais crítica sobre como o rigor excessivo pode, em algumas situações, ser contraproducente.

O livro “Um Convite à Matemática” é uma sólida introdução à lógica e ao formalismo matemático, com uma estrutura objetiva e didática que atende tanto iniciantes quanto leitores mais experientes. No entanto, a obra poderia ser enriquecida com uma discussão sobre os diferentes tipos de lógicas, linguagens e abordagens que existem na matemática. A escolha pela lógica bivalente, por exemplo, poderia ter sido apresentada não apenas como uma imposição necessária, mas como uma escolha dentro de um espectro de possibilidades. Essa abordagem mais pluralista permitiria ao leitor desenvolver uma visão mais crítica e abrangente da matemática como um todo. Por fim, o livro de Moraes Filho é uma interessante porta de entrada para o rigor matemático e para a construção lógica, mas seria ainda mais valioso se oferecesse ao leitor uma compreensão mais profunda dos motivos históricos, filosóficos e práticos por trás das escolhas feitas na matemática moderna. ■

Um comentário ao “Manual de Redação Matemática”

Gustavo Dalmazo Pereira

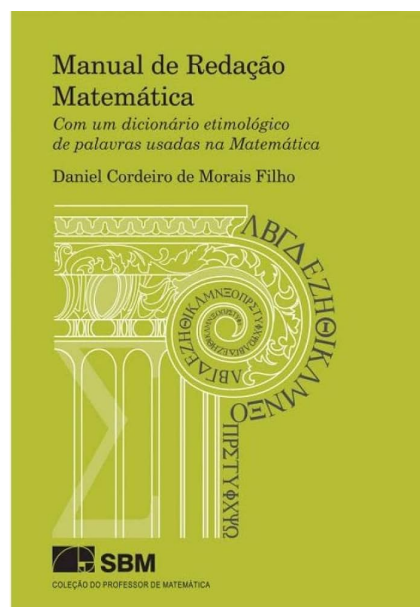
Estudante do curso de Matemática-Licenciatura (UFMT/Cuiabá)

E-mail: gustavo.pereira@sou.ufmt.br

O livro “Manual de Redação Matemática” (editora SBM, 2016) de Daniel Cordeiro de Moraes Filho, é uma obra completa e didática, voltada para a melhoria da escrita matemática e da comunicação de conceitos técnicos. O manual é voltado para estudantes, professores e profissionais que lidam com a matemática e precisam comunicar suas ideias aos outros. Ele ensina não só técnicas práticas de redação, mas também mostra a importância de se expressar bem. Em suma, se expressar bem é importante tanto para ensinar quanto para apresentar as pesquisas ou mesmo resolver problemas matemáticos.

Já no prefácio, o autor estabelece a motivação do livro: superar as dificuldades históricas e técnicas associadas à escrita matemática, uma área em que até os grandes matemáticos enfrentaram desafios, como Johann Kepler e Karl Friedrich Gauss. O autor do livro assim enfatiza que a escrita é um processo indispensável para organizar ideias, comunicar resultados e até mesmo para aprofundar o próprio entendimento

do conteúdo. Ele afirma que, ao redigir, novas ideias podem surgir, erros podem ser identificados, e o rigor lógico do raciocínio é aprimorado.



Capa do livro

A estrutura do livro é organizada em capítulos curtos, a começar pelas bases da redação matemática. O autor aborda conceitos fundamentais, como a importância de adaptar a linguagem ao público-alvo e de organizar o texto de maneira lógica – com introdução, desenvolvimento e conclusão. Ele alerta que a clareza deve ser prioridade, pois ao redigir textos matemáticos não basta que as ideias façam sentido para o autor; é necessário garantir que o leitor também compreenda, sem explicações adicionais.

O livro explora minuciosamente o uso de símbolos e notações, ressaltando que, embora indispensáveis, esses elementos precisam ser usados com rigor e consistência. O autor apresenta exemplos práticos de como redigir definições, enunciados de teoremas e demonstrações, mostrando diferentes estilos e explicando os pontos fortes e fracos de cada um. Por exemplo, ele analisa três versões de uma demonstração clássica da infinitude dos números primos, escrita por Euclides, e discute qual estilo melhor facilita a compreensão.

Além disso, o autor enfatiza a importância de evitar erros gramaticais e ortográficos, que podem comprometer a credibilidade de um texto, mesmo quando os conceitos matemáticos estão corretos. Para ajudar os leitores, o livro dedica capítulos inteiros às regras gramaticais específicas para a linguagem matemática, incluindo o uso de preposições, concordância, pontuação e estruturação de frases. O autor também chama a atenção para armadilhas comuns, como o uso inadequado de conectivos lógicos e a ambiguidade na combinação de palavras e fórmulas matemáticas.

Outro destaque é a discussão sobre como motivar o leitor e construir um texto atraente, mesmo em contextos técnicos. O autor sugere o uso de metáforas e linguagem mais acessível na introdução de temas, antes de avançar para o rigor técnico. Ele também defende que um bom texto matemático deve ser agradável de ler, fluindo de maneira natural e lógica, sem ser prolixo ou redundante.

O livro também apresenta dicas valiosas para a prática, como revisar textos matemáticos. Ele sugere um processo de revisão passo a passo, enfatizando a importância de verificar se a lógica do texto está cor-

reta, se as explicações são claras e se os cálculos estão precisos. Para facilitar essa tarefa, ele inclui um questionário detalhado que pode ser usado para revisar dissertações, artigos e outros trabalhos acadêmicos, cobrindo desde a estrutura geral do texto até aspectos mais específicos como formatação e referências bibliográficas.

Um diferencial da obra é o capítulo dedicado ao uso de expressões em latim na matemática, como “a priori” e “c.q.d.” (como queríamos demonstrar), que são comuns na matemática, explicando seus significados e como utilizá-las corretamente. Além disso, o livro inclui um dicionário etimológico-explicativo, que traz as origens e significados de palavras usadas na matemática, enriquecendo o vocabulário técnico e histórico do leitor. Também apresenta reflexões culturais e históricas, ilustrando como a matemática foi registrada ao longo do tempo. Discute o impacto de autores clássicos, como Euclides, e destaca a evolução da escrita matemática, desde papiros antigos até manuscritos modernos. Essas reflexões ajudam a contextualizar a importância da comunicação matemática no progresso científico.

O capítulo final trata da redação de dissertações e trabalhos acadêmicos, oferecendo um guia passo a passo para estruturar, escrever e apresentar pesquisas matemáticas. Discute a construção de introduções, o desenvolvimento de argumentos e a elaboração de conclusões, além de abordar a importância de citar corretamente as referências. Por fim, o livro é um convite à prática da escrita, incentivando leitores de todos os níveis a aprimorar suas habilidades. Enfatiza que escrever bem não é uma habilidade inata, mas algo que se desenvolve com estudo, prática e observação.

O livro “Manual de Redação Matemática” é um convite à prática da escrita, deixando claro que ninguém nasce sabendo escrever bem. Ou seja, é preciso praticar, ler bons textos e revisar o próprio trabalho. A obra é indispensável, portanto, para quem quer se comunicar de forma clara na matemática (no ensino, na pesquisa ou na vida profissional). Consegue combinar rigor técnico, didática acessível e reflexões históricas, tornando-se uma referência para todos os que se dedicam ao estudo da matemática. ■

ESPAÇO LIVRE?
SÓ NO JORNAL $e^x\pi a!$

VENHA LER E ESCREVER
VENHA CONVERSAR E PARTICIPAR

Uma análise crítica da Modelagem Matemática no ensino

Vanessa Cristina da Silva

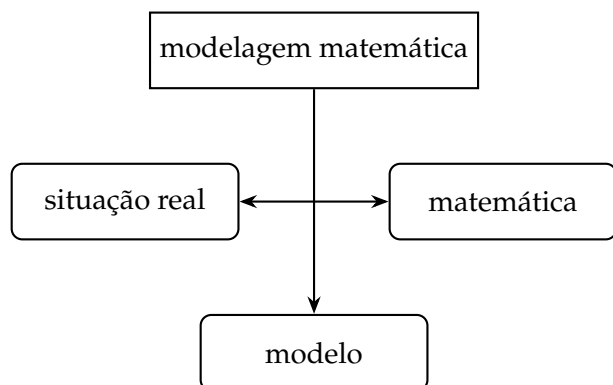
Estudante do curso de Matemática-Licenciatura (UFMT/Cuiabá)

E-mail: vanessa.silva9@sou.ufmt.br

O PRESENTE texto tem como finalidade apresentar a concepção de modelagem matemática e sua aplicação no contexto educacional. Para isso, será tomado como referência o livro “Modelagem Matemática no Ensino”, de autoria de Maria Salett Biembengut e Nelson Hein (editora Contexto, 2003). Esse livro está dividido em duas partes: a primeira aborda a modelagem como estratégia de aprendizagem da matemática e, a segunda, os modelos matemáticos para o ensino. Aqui, adotaremos a seguinte forma de apresentação: inicialmente, fazemos uma exposição da visão dos autores sobre a Modelagem Matemática e, em seguida, fazemos algumas reflexões acerca desta visão.

A visão dos autores sobre a Modelagem Matemática

A obra se inicia com uma discussão sobre Modelagem Matemática, enfatizando que essa abordagem é necessária para que os professores possam oferecer aos estudantes da educação básica a oportunidade de aplicar os conhecimentos matemáticos em situações do dia a dia. Os autores destacam a necessidade de formar um “novo” cidadão apto a criar e resolver problemas, construindo uma independência no seu aprendizado. Nesse sentido, eles argumentam que a educação deve buscar novas abordagens que podem contribuir para o desenvolvimento cognitivo dos alunos. De acordo com os autores, a Modelagem Matemática é um processo que emprega recursos matemáticos para representar situações-problema. Ao utilizarem a modelagem como método de ensino, eles propõem um esquema matemático a ser seguido, a saber:



O esquema apresentado pelos autores permite estruturar a modelagem de um problema utilizando ferramentas matemáticas, organizando o processo em três etapas principais: 1) Interação, 2) Matematização e 3) Modelo Matemático. Na primeira etapa, busca-se coletar dados e realizar estudos relacionados ao tema a ser modelado, promovendo a familiarização do indivíduo com a situação-problema. A segunda etapa, denominada Matematização, envolve traduzir o tema para a linguagem matemática. Por fim, a terceira etapa consiste na interpretação e validação do modelo matemático, avaliando se ele atende às demandas e objetivos inicialmente propostos pelo tema.

Após a apresentação do esquema, os autores expressam uma crítica em relação ao ensino tradicional, uma vez que na prática do ensino da matemática a aprendizagem dos alunos se reduz somente em resoluções de exercícios matemáticos. Na parte II do livro, os autores apresentam propostas de modelagem matemática e sua aplicação no ensino. Desse modo, os autores enfatizam que nessas aplicações foram seguidas as etapas do esquema apresentado na obra. Por exemplo, há uma proposta de modelagem sobre "Embalagens", que os autores utilizam conceitos da matemática como: geometria (plana e espacial) e sistemas de medidas (linear, superfície, volume, capacidade e massa), entre outros.

Reflexões acerca da visão dos autores

Neste momento, é possível apresentar alguns questionamentos sobre as ideias apresentadas pelos autores. Em relação à criação do “novo” cidadão, os autores não explicam o que significa isso e qual sua real finalidade na educação. Os autores ainda afirmam recorrer à matemática para representar e resolver problemas do contexto social. Diante disso, surge uma reflexão: qual é, de fato, o propósito do ensino de matemática? É certo que, nas escolas brasileiras, o ensino de matemática tem se restringido a um conjunto de procedimentos e contas repetitivas, ignorando a realidade e os desafios enfrentados pelos estudantes. Os autores defendem então a Modelagem Matemática como uma alternativa a isso. Contudo, na parte I do texto, os autores apresentam um esquema matemático

a ser seguido para a utilização da modelagem. Essas etapas não limitariam também a capacidade dos alunos de pensar de forma autônoma, dado que o modelo apresentado é imposto a eles? Neste sentido, muitos esquemas de modelagem não estariam ainda alinhados a um conjunto de procedimentos e contas repetitivas? Esse caráter parece inclusive reduzir a Matemática a uma função instrumental.

Outro ponto importante a ser destacado é a crítica que os autores fazem sobre o ensino tradicional. Com efeito, na realidade do ensino brasileiro, muitos estudantes não questionam como se dá a aprendizagem: por exemplo, por que o ensino da Matemática se reduz à resolução de tantos exercícios? E mais: será que os professores conhecem a razão disso? Ou ainda: o que as instituições de ensino superior visam na formação de professores? Todos esses questionamentos reforçam a necessidade de debater temas que são frequentemente naturalizados.

Na parte II do livro, foi possível observar muitas aplicações interessantes da matemática à Modelagem. Contudo, não há uma preocupação por parte dos autores em elencar as motivações que permitiram o desenvolvimento da Modelagem Matemática.

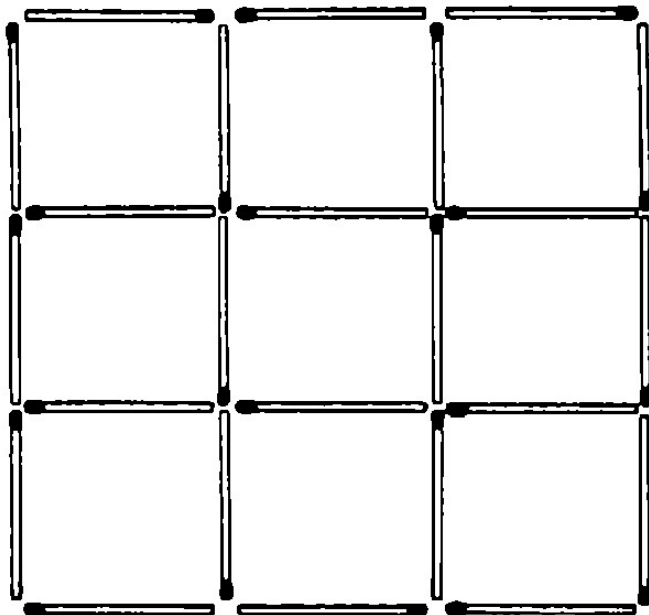
Nesse contexto, há de se reconhecer que a instrumentalização da matemática – isto é, sua utilização como uma ferramenta para atender a objetivos ou resolver problemas específicos – faz parte da história da humanidade. E, com o advento da Revolução Industrial a partir do século XIX, o crescente avanço tecnológico e as mudanças no modo de produção exigiram a aplicação da matemática de modo cada vez mais intenso com o intuito de aumentar a produtividade.

Por fim, uma reformulação interessante, que talvez pudesse ser aplicada à Modelagem Matemática, é que, em vez de receber esquemas prontos, os alunos poderiam vivenciar o processo de criação. Assim, o aluno não seria limitado a uma prática repetitiva, mas estimulado a formular seus próprios questionamentos. Ao elaborarem as próprias estruturas de modelagem, os alunos poderiam questionar a forma como os problemas são formulados, a natureza dos dados envolvidos e as possíveis soluções. Poderiam, inclusive, vir a perceber que por detrás dos modelos matemáticos existem pressupostos e escolhas que representam certos interesses que, como tais, podem sempre ser revistos e alterados. ■



HORA DA AVENTURA!

DESAFIO: Como no desenho abaixo, forme uma grade de 9 quadrados, usando 24 palitos de fósforo, e tente resolver os próximos problemas.



- Retire 4 fósforos para formar 1 quadrado grande e 4 quadrados pequenos.
- Retire 4 fósforos para formar 6 quadrados.
- Retire 4 fósforos para formar 9 quadrados.
- Retire 6 fósforos para formar 3 quadrados de lados diferentes.
- Retire 6 fósforos para formar 3 quadrados de lados diferentes e 2 retângulos.
- Retire 8 fósforos para formar 2 quadrados de lados iguais e 1 quadrado menor.
- Retire 8 fósforos para formar 2 quadrados de lados diferentes (2 soluções).
- Retire 8 fósforos para formar 4 quadrados.
- Mexa em 8 fósforos para formar 3 quadrados de lados diferentes.
- Retire 12 fósforos para formar 3 quadrados.
- Mexa em 12 fósforos para formar 2 quadrados de lados iguais.
- Retire 4 fósforos para formar 5 quadrados de lados iguais.



Expediente: O Jornal e^xπa! é uma publicação da comunidade do curso de Matemática-Licenciatura da UFMT/Cuiabá. Participaram desta edição os professores Djeison Benetti, Hector Callisaya e Vinicius dos Santos e os estudantes Alyson Mendes, Ana Carolina de Amorim, Gustavo Pereira, João Pedro Dias, Mylena Pintor, Tatielly da Silva e Vanessa da Silva. Contato, sugestões e críticas: expia.ufmt@gmail.com. Acesse nosso site pelo QR code ao lado. As tirinhas são provenientes do Google Imagens. Esta edição foi diagramada em L^AT_EX.

